无定向导线在控制测量中的应用及精度分析

张建国
（中交一航局安装工程有限公司）

摘　要：为解决在通视条件差、已知控制点稀少或破坏严重地区的平面控制测量难题，提供一种高效、经济且可靠的技术方案，系统分析无定向附合导线的适用条件、作业流程及其精度影响因素。文章阐述了无定向附合导线在仅有 2 个已知坐标控制点，且 2 点间不通视、无已知坐标方位角的条件下，通过观测所有转折角和边长，用假定起始方位角进行坐标推算，最后通过赫尔默特变换（相似变换）将推算的导线网与已知控制点进行强制附合，从而求得各导线点的最终坐标。工程实践结果表明，无定向附合导线能够解决通视条件差、控制点稀少或破坏严重地区的平面控制测量，其精度满足一级控制导线测量要求。

关键词：无定向附合导线；测量；平差计算；精度分析

0　引言

无定向附合导线测量作为一种灵活高效的控制测量方法，在通视条件受限的工程环境中具有独特优势。在具体实践中，结合工程现场条件合理布设测点，采用高精度全站仪进行多测回观测，并对观测数据进行环境参数修正；通过最小二乘原理进行平差计算，实现导线坐标的精确解算。同时，从仪器、观测及外界环境等多方面进行误差分析，评估控制网的点位中误差与边长相对精度，确保成果满足施工要求。本文以防城港第 14 号泊位码头改扩建工程（新增第 3 条堆取料作业线）为依托，系统研究无定向附和导线在工程控制测量中的实际应用，并对其测量精度进行分析与验证。

1　工程概况

1.1　工程概述

防城港第 14 号泊位码头改扩建工程位于防城港渔澫港区 14 号泊位后方的硫磺堆场区域，新建全自动作业斗轮堆取料机 1 台和双工位硫磺自动灌箱设备 1 套（含配套的自动堆取料灌箱控制系统 1 套）、新建皮带机 4 条、配套新建或改造转运站 4 座（含斗轮机桩基轨道梁基础），变电站 1 座，消防水池及泵房 1 座，硫磺装箱楼 1 座。

1.2　测量技术难点

施工区域位于运营中的码头内，地上地下障碍物众多，建筑物呈线性分布，不利于连续作业；传统导线测量受建筑物、堆积的硫磺料垛严重阻碍测量视线，使需要连续通视的传统附合或闭合导线测量无法实施；施工区域两端仅各有一个已知控制点，无法构成常规导线的起算条件；大型机械运行产生的强电磁场及防尘网对卫星信号的遮蔽，导致 RTK 技术定位精度显著下降，无法达到一级导线（GB 50026—2020《工程测量标准》中规定的$\pm 10\sqrt{n}$ mm，n 为测站数）的精度要求。因此，无定向导线几乎是唯一仅用 2 个已知点就能完成精密控制测量的方法。

1.3　无定向附合导线特点

1）极强的灵活性与环境适应性

无定向附合导线测量技术完全摆脱了已知点之间必须通视的严格限制。只要能在未知点（待测点）上看到前后相邻的点，就可以自由布设导线，绕过障碍物。

2）具备可靠的自身检核能力

虽然缺少方向基准，但无定向附合导线通过终点已知坐标提供了强大的检核条件：

① 闭合差检核。通过观测所有角度和边长，可以从起点推算出一个终点的坐标，而这个推算值与终点的真实已知坐标之间会产生一个坐标闭合差。

② 精度评估。闭合差的大小直接反映了整个导线测量的精度质量，如果闭合差在允许范围内，说明观测成果可靠；如果超限，则说明观测过程中存在错误或精度不足。

3）严密的平差计算模型

数据处理（平差）过程体现了测量学的严谨性。

① 假设起始方位角：由于没有已知方位角，平差计算时必须先假定一个起始边的方位角（如假定为 0°或某个方便计算的值）。

② 坐标旋转与缩放：在假定方位角下计算出的终点坐标 B' 与真实 B 点坐标之间存在 2 种差异。由于假定的起始方位角是错误的，导致整个推算出的导线网络发生了旋转而产生的旋转差；如果观测的边长存在整体性的尺度误差（如测距仪常数误差），导致整个网络被同比缩放而产生的缩放差。

③ 赫尔默特变换：平差过程的核心就是通过数学方法（赫尔默特变换/相似变换）计算出这个旋转角和缩放系数，并将整个假定坐标系下的网络“旋转”和“缩放”到真实的坐标系下，从而求出所有待定点的最可靠坐标。

2　无定向附合导线测量方法

针对本工程的特殊性，周密细致的准备工作是确保无定向附合导线测量成功的关键。主要包含以下方面：

2.1　测量方案设计

在实地作业前，进行深入的技术设计。首先收集工程区域已有的地形图、地下管线图、建筑平面图及已有的控制点成果资料。其次基于这些资料和现场踏勘情况，在计算机辅助设计（CAD）软件中进行控制网模拟布设。通过模拟不同导线点的可能位置，优化网形结构，尽可能增大导线边长、减少转折角数，以理论上削弱测角误差对最终点位精度的累积影响。同时利用软件仿真计算无定向导线的预期精度，确保其理论精度能满足一级导线乃至更高的精度要求，为实际作业提供理论依据。

2.2　设备选择与检校

无定向导线对测角精度要求极高。本项目选用高精度全站仪（标称测角精度 1″，标称测距精度 1 mm+D×10^{-6}，D 为实测距离，km）。在作业前将所有仪器（包括全站仪、棱镜、对中杆、脚架等）送至具有资质的检定单位进行全面检定与校准，确保其各项指标均在合格范围内，并获取有效期内检定证书。

2.3　现场踏勘与点位布设

在方案设计和仪器准备的基础上，进行详细的现场踏勘。使用 RTK 等工具在通视条件尚可的区域进行初步放样，标记出潜在的点位位置。重点关注点的稳定性、长久性和通视性：点位应布设在受施工扰动小、地基坚实的地方；尽可能利用已有稳固的建筑物基础或设置永久性观测墩；在满足无定向导线基本要求的前提下，尽力为每个点寻找尽可能多的通视方向，为后续检核和加密创造条件。

2.4　无定向附合导线测量

导线测量是根据已知控制点和各导线边长及转折角的实测值，依次推导计算各导线边的坐标方位角以及各导线点的坐标。无定向导线属于没有方向检验的导线，其起始点和终点均为已知点，但都没有定向方位角。因缺少方向的核验，无定向导线精度通常要低于附合导线，但高于支导线的精度。

通过 A、B 两点定向，A、B 两点为地面平面控制点，$P1$—$P4$ 点为无定向附合导线点（见图1），从地面控制点 A、B 用导线测量方法测设无定向导线 A→$P1$→$P2$→$P3$→$P4$→B 的各导线边长及转角，推算出 $P1$—$P4$ 的坐标和 $P1$—$P4$ 连线的坐标方位角。

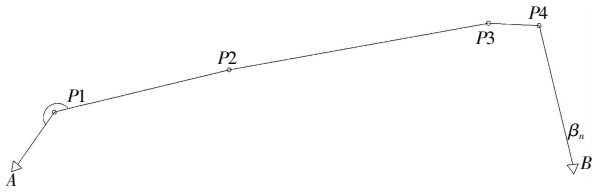


图 1　控制点布设示意图

3　无定向附合导线的平差计算

A 点与 B 点分别为已知控制点（坐标数据已知），$P1$、$P2$ 等为未知点，连接角 β_1 和 β_n 均无法联测，观测转折角 β_2，β_3，…，无法直接从已知的坐标方位角 α_A 推算出各导线的坐标方位角（见图 2）。

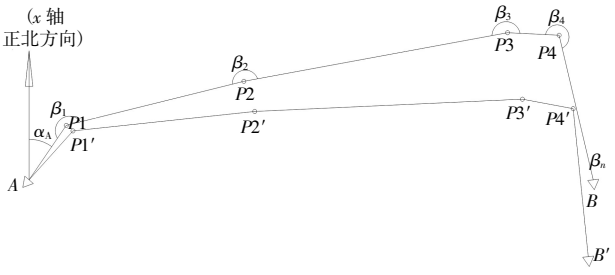


图 2　无定向附合导线布置示意图

为此，可采用下列步骤和公式进行计算推导，得出相关平差结果。

首先对导线边 AP1 假定一个坐标方位角α'_{AP1}，

依次推算出各导线边的假定坐标方位角α'_{ij}（i 代表导线边起点，j 代表导线边终点）。然后按支导线的计算顺序推求出各点的坐标 X'_i、Y'_i。由几何原理可知，实际的导线与按照假定坐标方位角推算的导线呈形状及大小均相同的关系（不考虑观测误差），仅仅是它们所处方位不同。旋转角度 δ 计算公式[1]为：

$$\delta=\alpha_{AP1}-\alpha'_{AP1} \tag{1}$$

式中：δ 为旋转角，表示假定坐标系与实际坐标系之间的方位角差异，(°)；α_{AP1} 为边 A_{P1} 的实际坐标方位角；α'_{AP1}为边 $AP1$ 的假定坐标方位角。

由图 2 中的几何关系可以得到$\angle BAB'=\delta$，所以 $\delta=\alpha_{AB}-\alpha'_{AB'}$。

α_{AB} 和$\alpha'_{AB'}$可由 A、B 和 A、B'的坐标反算求得。δ 算出后将各假定坐标方位角加以改正，得到实际坐标方位角 α_{ij}（$\alpha_{ij}=\alpha'_{ij}+\delta$）。

用改正后的方位角及边长计算各边的坐标增量最后推算各点的坐标。此时应无坐标闭合差，可作为无定向导线计算的唯一检验。

因各观测值中存在着误差，由上述求得 B 点坐标x'_B、y'_B仍与已知点坐标 x_B、y_B 不同，而产生坐标闭合差f_x、f_y：

$$f_x=x'_B-x_B \tag{2}$$

$$f_y=y'_B-y_B \tag{3}$$

式中：f_x、f_y 分别为 x 方向和 y 方向的坐标闭合差，mm；x'_B、y'_B为由假定坐标系推算得到的 B 点坐标，m；x_B、y_B 为 B 点的已知坐标，m。

按与各导线边长成比例的方法，改正各导线边的坐标增量，即：

$$v\Delta_{xij}=-f_x/\sum S\cdot S_{ij} \tag{4}$$

$$v\Delta_{yij}=-f_y/\sum S\cdot S_{ij} \tag{5}$$

式中：$v\Delta_{xij}$、$v\Delta_{yij}$ 为边 ij 在 x、y 方向上的坐标增量改正数，m；$\sum S$ 为导线总边长，m；S_{ij} 为边 ij 的实测边长，m。

最后的坐标增量[2]为：

$$\Delta_{xij}=\Delta_{x'ij}+v\Delta_{xij} \tag{6}$$

$$\Delta_{yij}=\Delta_{y'ij}+v\Delta_{yij} \tag{7}$$

式中：Δ_{xij} 为 X 轴方向的真实位置差值，m；Δ_{yij} 为 Y 轴方向的真实位置差值，m。

精度评定时可按式(8)—式(9)计算出导线全长闭合差和导线全长相对闭合差。

$$f_s=\sqrt{f_x^2+f_y^2} \tag{8}$$

$$f_s/\sum S=1/\sum S/f_s \tag{9}$$

式中：f_s 为导线全长闭合差，mm；$f_s/\sum S$ 为导线全长相对闭合差，mm。

4　无定向附合导线的精度与误差分析

为了论证无定向角导线网的精度问题，在城市导线测量中对相关误差进行了研究，按条件平差原理以等边直伸导线的形式推出无定向角导线最弱点点位中误差的计算公式：

$$m_y=\pm m_s/2\sqrt{n} \tag{10}$$

$$m_x=\pm S/\rho m_\beta\sqrt{(4n^3+8n)/192} \tag{11}$$

式中：m_y 为导线纵向误差，mm；m_x 为导线横向误差，mm；m_β 为测角中误差，(″)；m_s 为边长测量中误差，mm；S 为导线边长，m；ρ 为角度弧度换算常数，ρ=206 265″。

该精度估算公式作为本项目精度设计的重要依据。

硫磺堆场导线精度设计时平面控制测量采用一级导线进行施测，精度设计时要求最弱点相对于起点点位中误差≤1.5 cm，导线全长相对闭合差≤ 1/15 000[3]。

成果数据的误差主要来源于起算数据误差和观测数据误差。根据已知几何条件，闭合差超限时需判断误差来源。在观测过程中，严格按照已确定的各项限差要求进行，即观测数据的误差控制在允许范围内时可以不考虑。具体分为以下情况：1）如果仅是单条无定向导线，不易断定起算点，可以采用无定向导线网方法，从同一个已知点出发经过不同路线到不同已知点。2）如果都不超限，说明起算点都可以用；如果相反则极有可能出发点有问题。3）如果平差出现局部闭合差超限（部分超限、部分合格）时，可排除公共起算点粗差问题，从而高效探测并精准锁定导致超限的终端已知点存在坐标粗差或点位位移。

5　无定向附合导线的精确度检查

无定向附合导线作为一种特殊的导线布设形式，仅依赖于 2 个已知坐标的高级控制点，缺乏起始方位角的直接约束条件。这种结构导致其无法进行常规的角度闭合差检验与平差处理，测量误差易累积且成果可靠性相对较低。为确保其测量成果满足工程应用的基本精度要求，实施过程中需严格遵循以下核心注意事项：

1）无定向附合导线测量结果的精度基础完全依赖于 2 个起算的高级控制点。因此，点位坐标

正确无误，控制点的坐标成果需采用高精度的测量方法(如全球定位系统(GPS)静态测量或经严密平差的高等级导线)，并进行必要的可靠性验证。可通过反算已知点间距离并与现场实测值比对，以检核点位的相对位置可靠性。

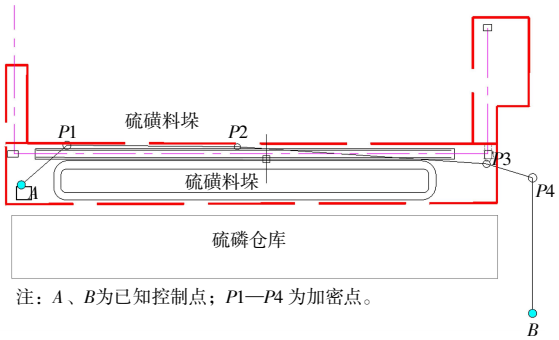
2）在角度及边长观测前，必须在全站仪中输入实时的环境温度、气压参数，启用仪器内置的气象改正模型，以削弱大气折射对测距精度的系统性影响。

3）导线测站数量不宜过多。测站过多会导致转折角观测误差显著累积，致使角度平差困难甚至闭合差超限，进而降低整段导线的点位精度与成果可靠性。

4）无定向导线不宜进行大控制测量。

6　实际案例验证

结合实际案例，在防城港第 14 号泊位码头改扩建工程项目中，根据已知控制点分布情况和现场环境，采用无定向附合导线测量方法复核控制点及加密控制点。已知控制点为 *A*、*B* 两点，*P*1—*P*4 为加密点(见图 3)。



注：*A*、*B*为已知控制点；*P*1—*P*4 为加密点。

图 3　无定向附合导线加密点布设示意图

1）已知工控制点复核计算结果

已知点 *A*、*B* 位于施工区域的两端，采用 GNSS 静态测量方式进行平面复核测量，复核结果见表 1。

表 1　已知控制点复核结果

点号	*x*/m	*x* 中误差/m	*y*/m	*y* 中误差/m	高程/m	高程误差/m
A	2 388 129.371 5	0.003 3	534 467.262 1	0.002 8	5.949 7	0.001 8
B	2 388 169.609 0	0.002 0	534 967.921 4	0.001 5	6.160 2	0.001 9

通过二维约束平差和自由网约束平差结果分析，已知控制点精度满足 GB/T 18314—2024《全球导航卫星系统(GNSS)测量规范》E 级 GPS 控制网测量要求，最弱点 *A* 点位中误差为 3.3 mm，满足最弱点位中误差 15 mm 的指标要求，符合规范要求。

2）无定向导线坐标计算结果

为验证无定向附合导线平差计算模型的有效性与实际精度，以防城港第 14 号泊位码头改扩建工程项目实测数据为例，展示了从外业观测值到最终平差坐标的计算数据。无定向附合导线的完整坐标计算与平差成果如表 2 所示。

表 2　无定向附合导线坐标计算表

点号	观测角 β	假定方位角 α'	边长 *s*/m	计算坐标增量/m		改正后坐标增量/m		平差后坐标/m	
				Δx	Δy	Δx	Δy	*x*	*y*
A								2 388 189.133	534 424.884
		90°00′00″	57.733	49.795	29.216	49.795	29.217		
*P*1	221°24′29″							2 388 238.928	534 454.101
		131°24′29″	162.689	50.787	154.559	50.787	154.559		
*P*2	183°24′14″							2 388 289.715	534 608.660
		134°48′43″	238.498	60.868	230.600	60.868	230.601		
*P*3	192°55′10″							2 388 350.583	534 839.261
		147°43′53″	45.933	1.496	45.909	1.496	45.909		
*P*4	253°39′52″							2 388 352.079	534 885.170
		221°23′45″	129.172	−122.708	40.350	−122.708	40.350		
B								2 388 229.371	534 925.520

在无定向导线计算中，由于没有已知的方位角，通常假设第一条边的方位角为一个假定值（假定方位角设为 90°），再根据观测角推算各边的方位角。推算到 B 点后，得到一个从 A 到 B 的假定方位角为 145°00′10.88″。已知点 A、B 坐标反算出的真实方位角为 85°24′17.28″。经平差计算，坐标闭合差为 2 mm；导线全长闭合差为 2 mm；导线全长相对闭合差为 1/288 162，精度指标满足一级导线测量技术要求。其精度完全可以满足工程测量需要，符合 GB 50026—2020《工程测量标准》要求[3]。

3）加密点控制点外业复核检查结果

为了检验平差计算结果的准确性，本工程对加密控制点进行实测复核，检测结果见表 3。

表 3　加密点复核检查

点号	计算值/m		实测值/m		偏差值/mm		
	x	y	x	y	Δx	Δy	点位偏差
A	2 388 189.133	534 424.884	2 388 189.130	534 424.882	−3	−2	4
$P1$	2 388 238.928	534 454.101	2 388 238.931	534 454.102	3	1	3
$P2$	2 388 289.715	534 608.660	2 388 289.717	534 608.660	2	0	2
$P3$	2 388 350.583	534 839.261	2 388 350.586	534 839.262	3	1	3
$P4$	2 388 352.079	534 885.170	2 388 352.082	534 885.170	3	0	3
B	2 388 229.371	534 925.520	2 388 229.375	534 925.518	4	−2	4

外业检查采用相邻导线之间互相检核，导线内部检核的方式共同进行。从坐标残差来看，各导线之间附合精度较好，点位误差在 1 cm 内与平差结果吻合，效果良好。该技术成功解决了传统测量方法无法解决的问题，显著提高了测量效率和精度。

7　结语

本文研究了无定向附合导线在硫磺堆场控制测量中的应用，通过实地测量和平差计算，实现了无定向导线可达到较好的精度，能够满足硫磺堆场施工控制测量精度的要求，对于硫磺堆场采用无定向附合导线得到以下结论：

1）在布设导线之前，要进行精度指标设计工作，选择满足要求的仪器、作业方法，才能够保证理论指导实践，实践检验理论，推动测绘工作规范化，科学化发展。

2）硫磺堆体不断变化、机械活动频繁，通视条件受限，给外业测量工作带来一定的困扰，因此严格按照规范对中、整平、照准、观测是保证精度的关键所在。

3）采用无定向附合导线需要采取如提高测角精度、增加边长、增加结点组成闭合环或导线网等措施来提高导线可靠性和精度；对于采用高精度全站仪进行观测的无定向导线，更重要的是要防止粗差或错误的产生。

4）无定向附合导线在堆场施工测量过程中能够很好地满足测量精度要求，是堆场施工测量的有效方法。在防城港第 14 号泊位码头改扩建工程中得到了较好的应用，具有较好的推广价值。

参考文献：

[1] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 4 版. 武汉：武汉大学出版社，2024.

[2] 孔祥元，郭际明. 控制测量学[M]. 3 版. 武汉：武汉大学出版社，2006.

[3] GB 50026—2020 工程测量标准[S].